

# 海洋激光雷达多次散射回波信号建模与分析

徐沛拓, 刘东, 周雨迪, 刘群, 白剑, 刘志鹏, 吴兰, 沈亦兵, 刘崇

浙江大学 光电科学与工程学院 现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027

**摘要:** 海洋激光雷达是实现上层海水3维探测的重要工具, 激光在海水中的传输伴随着复杂的多次散射效应, 建立准确的海洋激光雷达多次散射回波信号模型有助于实现海水光学特性的高精度反演。本文介绍了仿真海洋激光雷达多次散射信号的解析模型、半解析MC(Monte Carlo)仿真方法和传统MC仿真方法, 定量对比分析了不同工作条件下3种模型的仿真结果, 讨论了工作高度、接收视场角、水质和水体分层等因素对仿真结果的影响。研究表明: 3种模型具有高度一致的仿真结果, 但在计算效率方面, 解析模型优于半解析MC法, 半解析MC法优于传统MC法。解析模型优异的计算效率和可靠的计算精度使其在海洋激光雷达辐射传递机理及应用的研究中具有显著优势。

**关键词:** 光学遥感, 激光雷达, 多次散射, 解析模型, Monte Carlo (MC) 仿真

**引用格式:** 徐沛拓, 刘东, 周雨迪, 刘群, 白剑, 刘志鹏, 吴兰, 沈亦兵, 刘崇. 2020. 海洋激光雷达多次散射回波信号建模与分析. 遥感学报, 24(2): 142-148

Xu P T, Liu D, Zhou Y D, Liu Q, Bai J, Liu Z P, Wu L, Shen Y B and Liu C. 2020. Modeling and analysis of oceanic lidar returns with multiple scattering. Journal of Remote Sensing (Chinese), 24(2): 142-148 [DOI: 10.11834/jrs.20208266]

## 1 引言

激光雷达是遥感探测大气和海洋环境的重要工具, 在气溶胶、云、海水悬浮物等重要组分的3维探测中展现出巨大的潜力和优势(周雨迪等, 2019)。在激光雷达的数据反演中, 为了快速有效地分析被探测介质的光学性质, “单次散射近似”在激光雷达方程中得到了广泛应用(Zhou等, 2017)。然而, 对于组分复杂且光学厚度较大的海水, 激光的传输伴随着强烈的、不可忽略的多次散射过程。建立包含海水多次散射效应的海洋激光雷达回波模型, 是实现海洋激光雷达高精度遥感的关键。

MC(Monte Carlo)仿真是计算多次散射效应下激光雷达信号的常用方法(Poole等, 1981)。通过模拟光子在水体中的传输过程, 传统MC仿真可以最真实地计算出激光雷达的回波信号, 但其计算效率非常低。在传统MC仿真的基础上发展出了

半解析MC技术, 它能够在一定程度上减少计算时间, 然其计算效率仍无法满足大规模仿真系统中快速乃至实时计算的需求。解析模型通过理论推导激光在海水传输的辐射传递方程, 极大地降低了计算成本(Katsev等, 1997)。然而, 计算中采用的诸多假设会降低解析模型的精度。因此, 有必要比较这3种方法, 以评估它们应用于海洋激光雷达研究的可行性。

本文介绍了仿真海洋激光雷达多次散射信号的解析模型、半解析MC和传统MC方法。仿真对比了不同工作条件下3种模型计算的海洋激光雷达信号, 讨论了系统参数和目标特征对激光雷达信号的影响。

## 2 方法

激光雷达信号产生的基本过程如图1所示, 其通过向水体发射一束激光脉冲, 接收激光传输过程中回到接收器的散射光信号, 得到水体的参数信息。

收稿日期: 2018-07-09; 预印本: 2018-08-30

基金项目: 国家重点研发计划(编号: 2016YFC1400900); 国家自然科学基金(编号: 41775023); 浙江省自然科学基金杰出青年项目(编号: LR19D050001); 中央高校基础科研项目(编号: 2017QNA5001); 现代光学仪器国家重点实验室创新项目(编号: MOI2018ZD01)

第一作者简介: 徐沛拓, 1994年生, 男, 博士研究生, 研究方向为海洋激光雷达的开发和应用。E-mail: xupeituo@zju.edu.cn

通信作者简介: 白剑, 1967年生, 男, 教授, 研究方向为光学系统设计与检测、光学遥感等。E-mail: bai@zju.edu.cn

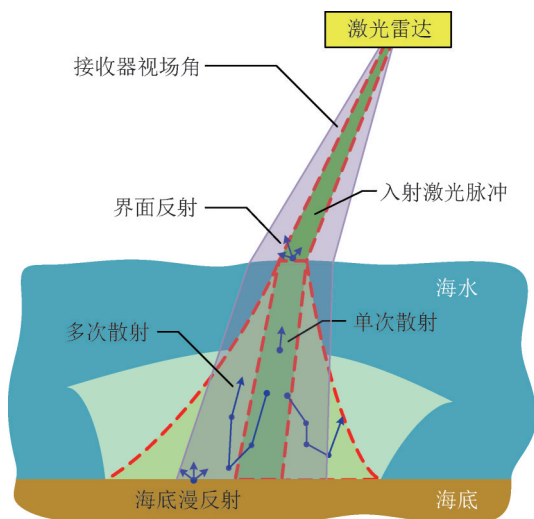


图1 激光脉冲传输过程中的散射示意图

Fig.1 Schematic diagram of the scattering in the laser pulse transfer

在传输过程中，激光脉冲在海气界面上产生菲涅尔反射，进入水体后被水分子和水中颗粒物散射，如果水底较浅，来自海底的漫反射信号也会被接收器接收，本文则主要关注水体中的激光雷达信号。如图1所示，激光在水体中的传输伴随着不可避免的多次散射，导致了激光随传输距离发生空间上的展宽，其中在激光雷达接收视场内的多次散射信号仍会被探测器接收，从而使探测结果偏离仅考虑单次散射的传统激光雷达方程（周雨迪等，2019）。

## 2.1 解析模型

解析模型考虑了多次散射效应，并采用准小角度近似简化光子的传输轨迹。在该近似下，对激光雷达信号有贡献的光子轨迹通常由两段小角度前向多次散射过程和一次近180°后向单次散射组成。这种方法的理论依据为水体的散射相函数在前向有峰值，即激光在水体中的散射光能量主要集中在前向，而接近180°后向散射的概率几乎为零。基于准小角度近似，科学家采用不同的方法求解了激光雷达信号（Bissonnette等，2002）。其中，Katsev等（1997）在傅里叶空间采用小角度近似求解辐射传输方程，极大地降低了多次散射计算的复杂度，且具有非常直观的物理意义。因此本文采用Katsev方法，对解析模型和MC仿真进行对比。

激光雷达信号的解析形式可写为（Katsev等，1997）

$$P(z) = W_0 \frac{b(z)}{4\pi} \frac{V}{2} \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{n}' \int d\mathbf{n}'' \beta^{\text{back}}(z; |\mathbf{n}' - \mathbf{n}''|) \times I_{\text{src}}(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}') I_{\text{src}}^{\text{rec}}(z, \mathbf{r}, \mathbf{n}'') \quad (1)$$

式中， $b$ 为散射系数， $\beta^{\text{back}}$ 为后向散射相函数， $I_{\text{src}}$ 和 $I_{\text{src}}^{\text{rec}}$ 分别为光源和接收器在散射位置的辐射分布， $W_0$ 为激光脉冲的能量， $z$ 为探测深度， $V$ 为激光在水中的传播速度，矢量 $\mathbf{r}$ 表示散射面上的位置，矢量 $\mathbf{n}'$ 和 $\mathbf{n}''$ 表示激光传输方向在散射面上的投影。 $I_{\text{src}}$ 和 $I_{\text{src}}^{\text{rec}}$ 描述了激光辐照度从出射位置到散射位置的往返变化，近似为两段前向散射过程，由于后向散射相对较小，可以将前向散射系数近似为总散射系数。而 $\beta^{\text{back}}$ 描述了在散射位置的一次单次后向散射事件。

## 2.2 MC仿真

相较于解析模型，MC仿真因其几乎没有假设，能够高精度仿真激光雷达回波信号。传统MC仿真认为激光在水体中的传输路径由许多完全随机的光子轨迹构成。通过对介质基本的散射和吸收特性进行定量分析，定义了散射和吸收概率、以及散射至每个方向的概率和随机游走步长的概率分布，从而可给出每个轨迹片段长度和方向的概率分布函数。进而，这些光子在不同参数设置下的积分值可以用于计算感兴趣的物理量，如激光雷达回波信号等（Plass和Kattawar，1971）。

传统MC仿真最大程度地复现了激光雷达信号，但也因此具有不可避免的劣势。由于较低的后向散射概率和有限的激光雷达接收面积，大量光子出射后往往只有极少一部分能够满足接收条件。如果模拟的光子数不足，则会产生较大的统计误差，影响MC仿真的可靠性。Poole在传统的MC仿真中加入半解析技术，结合随机过程和统计估算求解信号强度，从而显著降低了数据的统计不确定性（Poole等，1981）。

半解析技术假设发射的光子为一个巨大的光子包，认为光子的每一次散射后都会有部分的信号回到接收器内。则光子任一轨迹中，不发生相互作用直接返回接收器的统计期望值为

$$E = \beta(\theta) \Delta\Omega \exp(-cL_0) T_s \quad (2)$$

式中， $\beta(\theta)$ 为光子散射进入接收立体角 $\Delta\Omega$ 和接收方向 $\theta$ 的散射相函数，假设散射相函数在 $\Delta\Omega$ 内近似不变。参数 $\exp(-cL_0)$ 为光子返回接收器的路径上，不经任何作用经过距离 $L_0$ 到达水面的概率， $c$ 为

光束衰减系数,  $T_s$  为水面的菲涅尔透射率。每一次散射后, 能够回到接收器的光子的期望值  $E$  都被加入到信号中, 光子包同时减少相应权重。剩余的光子包继续进行到下一个相互作用, 其移动步长和方向由传统的随机过程决定。当光子溢出边界或光子包能量小于设定阈值时, 光子被判定为死亡, 程序自动发射下一个光子。

### 3 仿真

本节仿真对比了不同工作参数下的解析模型和MC仿真的计算结果。激光雷达的系统参数均参考实际情况(表1)。水体的光学参数参考Petzold(1972)的文献(表2)。本文采用控制变量法进行研究, 当控制某一变量时, 其他变量保持为基准值不变。已有的研究表明, 多次散射主要依赖的系统参数为接收器在水面的投影直径(Gordon, 1982)。该投影直径主要由接收角和高度的乘积决定, 因此以它们作为两个系统变量。激光直径和发散角设置为无限小。不同工作高度下, 设置不同的望远镜直径, 从而提高传统MC仿真的信号强度。水体类型涵盖了清洁海水、近岸海水和港口海水等3种类型, 用于模拟真实的水体特性, 基准值为近岸海水。后向散射比例为后向散射系数与散射系数之比。水体的后向散射相函数假设为均匀, 而前向相函数由Dolin模型决定, 可以由平均余弦计算得到(Bravo-Zhivotovskiy等, 1969)。传统MC仿真和半解析MC仿真中的每一条廓线分别来自于 $5 \times 10^{12}$ 和 $5 \times 10^8$ 个光子的仿真。

表1 激光雷达的系统参数

参数	单位	基准值	对比值
激光波长	nm	532	—
望远镜直径	cm	20 (低空机载)	10 (船载) 100 (高空机载)
望远镜接收角	mrad	50	10150
工作高度	m	150	1510000

如图2所示, 激光雷达距离水面的高度设置为15 m、150 m和10000 m, 分别对应了船载、低空机载和高空机载海洋激光雷达的工作高度。为了方便比较, 本文对激光雷达信号进行了归一化处理, 并将激光雷达信号的动态范围设置为常见的4个数量级。解析模型和MC仿真的计算结果在

不同高度时吻合的非常好(图2)。传统MC仿真的方差显著高于半解析MC方法, 该现象在后面的比较中一直存在, 显示了半解析MC方法在方差抑制方面的优势。由于接收立体角的限制, 高空机载激光雷达的传统MC仿真波动程度最大, 说明其激光雷达信号最弱。仿真结果表明, 激光雷达的工作海拔越低, 信号的衰减速率越快。反之, 高空机载海洋激光雷达信号衰减速率最慢。其原因是对于较高的工作高度, 激光在水体中的空间展宽相对于高度可以忽略, 能够回到激光雷达接收器的光子入射角均较小。因此, 为了能够探测到更深的水体, 船载激光雷达设计的接收角应大于机载激光雷达, 而机载激光雷达可以考虑一个较小的视场角, 用于抑制背景噪声。

表2 典型水体光学参数

Table 2 Optical properties of typical water

参数	水体类型		
	清洁海水	近岸海水	港口海水
吸收系数/ $m^{-1}$	0.114	0.179	0.366
散射系数/ $m^{-1}$	0.037	0.219	1.824
后向散射比例	0.044	0.013	0.020
平均余弦	0.9247	0.9247	0.9247

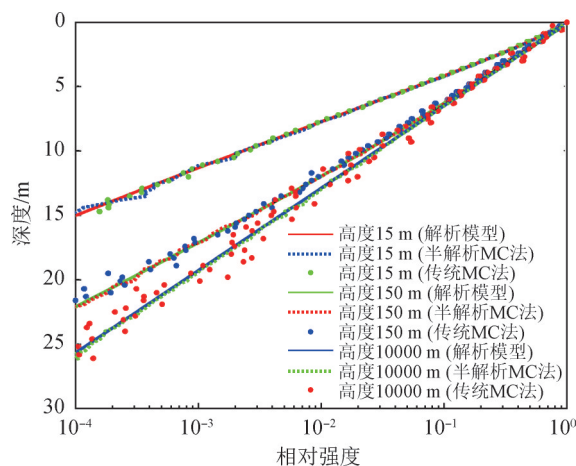


图2 不同高度下解析和MC方法计算的激光雷达信号  
Fig.2 Lidar signals calculated by analytical and MC methods under different heights

激光雷达的接收角对激光雷达数据的影响示意图见图3, 在不同接收角下, 解析模型与MC仿真的结果十分吻合。接收角是研究多次散射现象最重要的系统参数之一, 激光雷达回波信号的衰减速率随接收角的减少而增大。在单次散射近似下, 出射激光始终沿光轴传输, 因此能够回到接

收面内光子的入射角可近似为 $0^\circ$ 。多次散射导致原本因散射损失的光子仍继续向前传输，因而可视为出射激光的一部分。然而，散射光并非完全地沿光轴传输，从而导致了出射激光的空间展宽，为激光雷达信号提供偏离 $0^\circ$ 入射角的光子。如图3所示，较小的接收角限制了多次散射信号的接收，激光雷达信号趋近于“单次散射近似”的激光雷达方程。当接收角足够大，则能收集原本损失的多次散射信号。进一步，当水深小于3 m时，3种视场角的信号几乎一致，而当水深小于10 m时，50 mrad和150 mrad的信号几乎一致。这是因为随着水深的增加，出射激光的空间展宽因多次散射而越来越大，从而导致激光雷达信号的角度分布也不断向大角度偏移。因此，在不考虑外部干扰的情况下，较大的接收角有利于探测深水信号，而对浅水信号的探测影响不大。

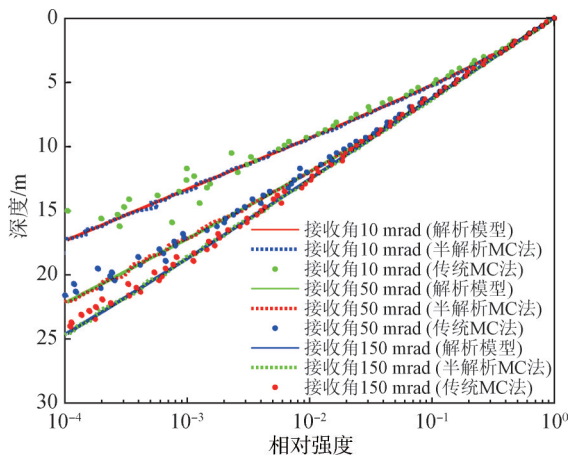


图3 不同接收角下解析和MC方法计算的激光雷达信号

Fig.3 Lidar signals calculated by analytical and MC methods under different field of views of the receiver

水体光学参数是影响激光雷达信号的主要外部因素，如图4所示，不同水质下解析模型和MC仿真的激光雷达信号的吻合度较高。激光雷达回波信号的衰减速率由水质的好坏决定，在4个数量级的动态范围下，清洁水体的探测深度超过35 m，为近岸和港口水体的1.6倍和3.2倍。而近岸和港口水体的光束衰减系数约为清洁水体的3倍和15倍，与探测深度的比例差别较大。对于吸收系数，该比例分别为2倍和3倍，与探测深度的比率几乎一致。这说明，激光在水中传输发生散射的部分，并未完全损失，其中有很大一部分经过前向多次

散射仍然对激光雷达信号有贡献。因此，对于较大的接收足迹，相较于散射系数，吸收系数对激光雷达信号的衰减发挥着更大的作用。

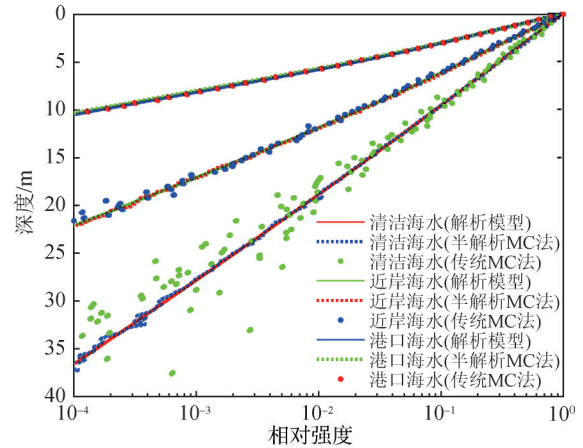


图4 不同水体下解析和MC方法计算的激光雷达信号  
Fig.4 Lidar signals calculated by analytical and MC methods under different water types

非均匀水体广泛存在于海洋中，浮游植物层和近岸水体中的湍流都会导致水体光学特性在深度方向上发生剧烈的变化。假设水体的背景光学性质为表2中的近岸水体，考虑一个高斯型浮游植物层次，其叶绿素浓度的深度分布为

$$C(z) = C_L \exp - \left( \frac{(z - z_L)^2}{w_L^2} \right) \quad (3)$$

式中， $C_L$ 为层次的浓度峰值， $z$ 为深度， $z_L$ 为层次的中心深度， $w_L$ 为层次厚度。层次内部的吸收和散射系数可由生物光学模型计算得到（Mobley, 1994）。该浮游植物层的浓度峰值为 $1 \text{ mg} \cdot \text{m}^{-3}$ ，层次厚度为2 m，中心位置分别为5 m、10 m和15 m。如图5所示，解析模型和MC仿真在大部分情况下吻合较好，但在层次边界处存在细微区别。出射的激光脉冲在时域上无限窄，而水体的多次散射影响了激光的时间展宽。基于小角度近似的解析模型无法描述多次散射导致的时间展宽效应，而MC仿真可以展现出这种特性。因此，MC仿真计算的激光雷达信号相对于解析模型在层次的上升和下降处均出现不同程度的延迟。MC仿真的上升延迟随层次位置不断增加。而由于经过了更加致密的浮游植物层，MC仿真的下降延迟略大于上升延迟。图5中接收角为150 mrad对应的时间展宽大于20 mrad，可以认为导致时间展宽的多次散射

信号主要来自于大接收角。需要指出的是,虽然解析模型无法解决多次散射带来的时间展宽问题,但是当光学厚度相对较小时,如图5所示,其在

大部分位置与MC仿真的吻合度仍然较高,在模拟非均匀海水时仍具有较高可信度。

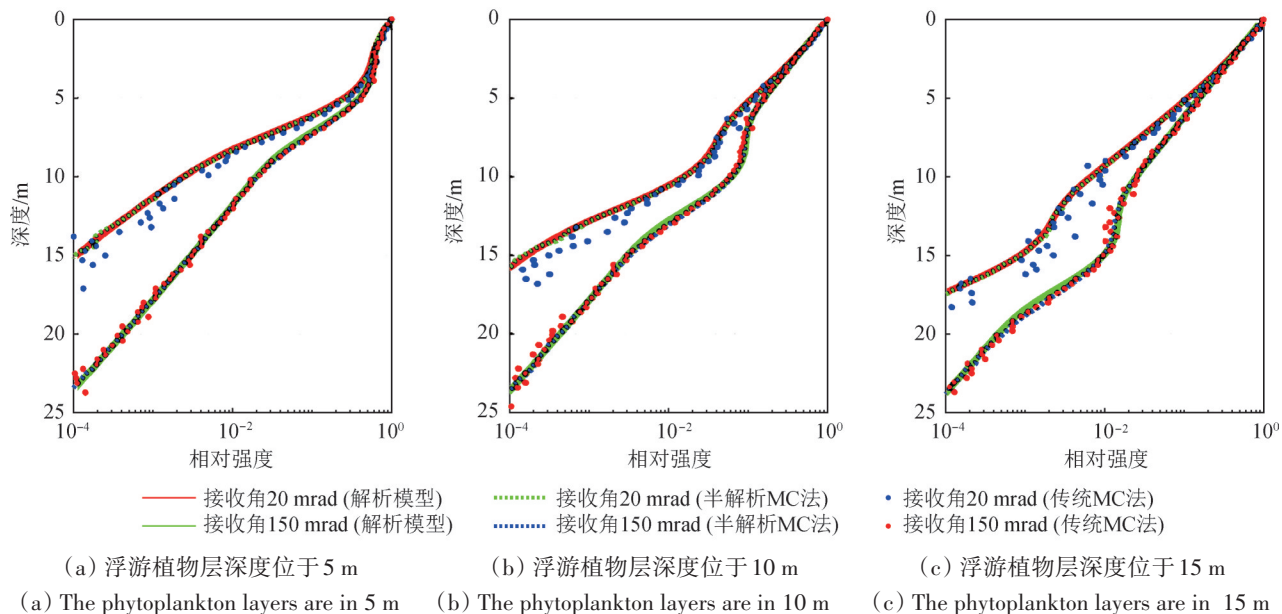


图5 非均匀水体中解析和MC方法计算的激光雷达信号

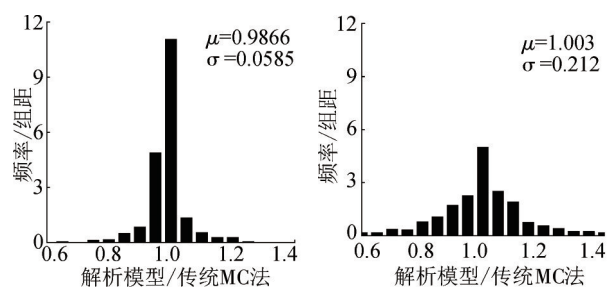
Fig.5 Lidar signals calculated by analytical and MC methods under inhomogeneous water columns

## 4 讨论

图2—图5给出了解析模型、半解析MC和传统MC仿真的激光雷达信号,在不同仿真条件下3者的吻合度均较高。根据其仿真结果,图6对解析模型与两种MC方法的比值进行了分析。图6(a)示出了解析模型与半解析MC方法信号比值的频率分布直方图,图6(b)示出了解析模型与传统MC方法信号比值的频率分布直方图。仿真考虑了动态范围为4个数量级内的激光雷达信号,距离分辨率设置为0.5 m。如图6(a)所示,比值的平均值为0.9866,标准差为0.0585,吻合度非常高。图5(b)中比值的平均值为1.003,标准差为0.212。统计结果显示,解析模型与两种MC方法的吻合度较高。然而,半解析MC方法在仿真光子数仅为 $5 \times 10^8$ 的情况下,其标准差显著低于仿真光子数为 $5 \times 10^{12}$ 的传统MC方法,说明了半解析MC方法的计算效率远高于传统MC方法,具有更高的实用价值。

进一步,定量对比传统MC法、半解析MC法和解析模型的计算效率。以解析模型单廓线计算耗时为单位时间,半解析MC法消耗3个数量级的时间,而传统MC法消耗8个数量级的时间。显

然,解析模型具有非常快的计算速率,使其在激光雷达辐射传递机理及应用的研究中具有显著优势。



(a) 解析模型和半解析MC仿真 (b) 解析模型和传统MC仿真  
(a) Analytical to semianalytic MC (b) Analytical to conventional MC  
图6 激光雷达信号比值的频率分布直方图( $\mu$ 和 $\sigma$ 分别为比值的平均值和标准差)

Fig.6 Histogram of the ratio of lidar signals( $\mu$  is the average value and  $\sigma$  is the standard deviation of the ratio)

表3 激光雷达信号仿真方法计算效率

Table 3 Calculating efficiency of the methods to simulate lidar signals

方法	传统MC法	半解析MC法	解析模型
仿真光子数/个	$5 \times 10^{12}$	$5 \times 10^8$	—
平均耗时/min	$1.3 \times 10^7$	$2.6 \times 10^2$	0.1
耗时比例	$1.3 \times 10^8$	$2.6 \times 10^3$	1

## 5 结论

本文研究表明，引入准小角度近似等相关假设条件建立的海洋激光雷达多次散射回波信号解析模型，与半解析MC仿真方法和传统MC仿真方法具有高度的一致性，验证了解析模型的可靠性。3种仿真方法的定量分析表明，解析模型具有极高的计算效率，节省了大量计算资源，半解析MC方法的计算效率优于传统MC方法。解析模型具有的高精度、高效率的优点，使其在海洋激光雷达的辐射传递机理及应用研究中具有显著优势。

激光在海水中的传输过程伴随着极其复杂的多次散射效应，以高效为特点的解析模型将多次散射效应纳入分析，但也做了诸多假设，其正确性和计算精度需要深入验证。本文在海洋激光雷达多次散射回波信号的建模和分析过程中，系统地对比了解析模型、半解析MC方法和传统MC方法仿真得到的海洋激光雷达信号，验证了解析模型具有优异的计算效率和可靠的计算精度。

基于本文的研究方法和结论，可在以下两方面继续开展研究工作：（1）进一步探索激光的水下传输过程及其物理机制，特别是激光偏振特性的仿真分析，以实现海洋激光雷达信号的精准分析；（2）为海洋激光雷达的信号处理和数据反演工作提供指导，有利于提高基于海洋激光雷达的水体光学信息反演精度。

## 参考文献 (References)

- Bissonnette L R, Roy G, Poutier L, Cober S G and Isaac G A. 2002. Multiple-scattering lidar retrieval method: tests on Monte Carlo simulations and comparisons with *in situ* measurements. *Applied Optics*, 41(30): 6307-6324 [DOI: 10.1364/AO.41.006307]
- Bravo-Zhivotovskiy D M, Dolin L S, Luchinin A G and Savel'yev V A. 1969. Structure of a narrow light beam in sea water. *Atmospheric and Oceanic Physics*, 5: 160-167
- Gordon H R. 1982. Interpretation of airborne oceanic lidar: effects of multiple scattering. *Applied Optics*, 21(16): 2996-3001 [DOI: 10.1364/AO.21.002996]
- Katsev I L, Zege E P, Prikhach A S and Polonsky I N. 1997. Efficient technique to determine backscattered light power for various atmospheric and oceanic sounding and imaging systems. *Journal of the Optical Society of America A*, 14(6): 1338-1346 [DOI: 10.1364/JOSAA.14.001338]
- Mobley C D 1994. *Light and Water: Radiative Transfer in Natural Waters*. San Diego: Academic Press: 74-135
- Petzdold T J. 1972. *Volume Scattering Functions for Selected Ocean Waters*. Scripps Institution of Oceanography
- Plass G N and Kattawar G W. 1971. Reflection of light pulses from clouds. *Applied Optics*, 10(10): 2304-2310 [DOI: 10.1364/AO.10.002304]
- Poole L R, Venable D D and Campbell J W. 1981. Semianalytic Monte Carlo radiative transfer model for oceanographic lidar systems. *Applied Optics*, 20(20): 3653-3656 [DOI: 10.1364/AO.20.003653]
- Zhou Y D, Liu D, Xu P T, Liu C, Bai J, Yang L M, Cheng Z T, Tang P J, Zhang Y P and Su L. 2017. Retrieving the seawater volume scattering function at the  $180^\circ$  scattering angle with a high-spectral-resolution lidar. *Optics Express*, 25(10): 11813-11826 [DOI: 10.1364/OE.25.011813]
- Zhou Y D, Liu D, Xu P T, Mao Z H, Chen P, Liu Z P, Liu Q, Tang P J, Zhang Y P, Wang X J, Ren J W and Jin S W. 2019. Detecting atmospheric-water optical property profiles with a polarized lidar. *Journal of Remote Sensing*, 23(1): 108-115 (周雨迪, 刘东, 徐沛拓, 毛志华, 陈鹏, 刘志鹏, 刘群, 唐培钧, 张与鹏, 王雪霁, 任佳伟, 金时伟. 2019. 偏振激光雷达探测大气—水体光学参数廓线. *遥感学报*, 23(1): 108-115) [DOI: 10.11834/jrs.20197535]

## Modeling and analysis of oceanic lidar returns with multiple scattering

XU Peituo, LIU Dong, ZHOU Yudi, LIU Qun, BAI Jian, LIU Zhipeng, WU Lan, SHEN Yibing, LIU Chong

State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, College of Optical Science and Engineering, Zhejiang University,

Hangzhou 310027, China

**Abstract:** Oceanic lidar is a powerful tool that can detect the depth-resolved profiles of the upper ocean water. Seawater optical properties are usually retrieved according to the single scattering lidar equation. However, the accuracy of the simplified equation cannot be guaranteed because of the multiple light scattering in the ocean, which calls for an accurate and effective lidar return model. The accuracy of Monte Carlo (MC) simulation gains recognition because of few assumptions. However, MC simulation is limited by its low efficiency. The computation cost in the analytical model decreases. This phenomenon has not been verified in the oceanic lidar. Therefore, evaluating the accuracy of the analytical model is essential.

The principles of the analytical model, conventional MC simulation, and semi-analytic MC simulation were introduced. The analytical model generally depended on the quasi-small-angle approximation. Under such approximation, the radiative transfer equation was solved in the Fourier space using the small angle approximation, which reduced the complexity of the calculation. The conventional MC simulation is based on the purely stochastic construction of an ensemble of photon trajectories through the medium of interest. The semi-analytic approach is used to reduce the statistical error of the conventional MC simulation by combining stochastic and analytic techniques.

The effects of operating parameters, such as the height, field of view, water types, and distribution of phytoplankton layers, on the lidar signals were analyzed and compared. The results showed that the analytical model agrees well with the MC simulation in the homogenous and stratified water. However, in terms of the calculation efficiency, the semi-analytic MC is faster than the conventional MC, and the analytical model is faster than semi-analytic MC. As a result, high accuracy and remarkable efficiency make the analytical model superior in the simulation of the oceanic lidar return.

Methods for simulating oceanic lidar signals, including the analytical model, conventional MC simulation, and semi-analytic MC simulation, were introduced in this paper. Simulations based on these methods were performed under different operating parameters and demonstrated the high accuracy and remarkable efficiency of the analytical model. These advantages make the analytical model superior in the simulation of the oceanic lidar return. The physical mechanism of laser propagation in the water and retrieval of optical parameters based on oceanic lidar will be the prospective objectives based on the method and result in this work.

**Key words:** optical remote sensing, lidar, multiple scattering, analytical model, Monte Carlo simulation

**Supported by** National Key Research and Development Program of China (No.2016YFC1400900); National Natural Science Foundation of China (No.41775023); Excellent Young Scientist Program of Zhejiang Provincial National Science Foundation of China (No. LR19D050001); Fundamental Research Funds for the Central Universities (No. 2017QNA5001); State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation Innovation Program (No. MOI2018ZD01)